

MATRIZENRECHNUNG

TEIL I – DER AUFBAU VON MATRIZEN

Erstellt von

Denis Friske

Staatlich geprüfter Techniker – Elektrotechnik
(Energie- und Automatisierungstechnik)

E-Mail : workshops@pc-nms.de

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

AUFBAU EINER MATRIX

Allgemeiner Aufbau einer Matrix

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & a_{ik} & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Eine Matrix kann unterschiedlich viele Zeilen und Spalten besitzen.

Daher gibt man die Gesamtgröße einer Matrix allgemein mit $(\mathbf{m} \times \mathbf{n})$ an.

$\mathbf{m}$ = Zeilenanzahl insgesamt

$\mathbf{n}$ = Spaltenanzahl insgesamt

Beispiele

(2x2)-Matrix

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$$

(3x3)-Matrix

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 4 & 7 & 0 \\ 9 & -9 & 4 \end{pmatrix}$$

(1x2)-Matrix

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix}$$

(2x1)-Matrix

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

AUFBAU EINER MATRIX

Zeilenvektor

$m = \text{const.}$

Ist die Zeilenanzahl konstant bzw. eins, sprechen wir von einem Zeilenvektor.

Beispiele :

(1x2)-Matrix

$(2 \quad 1)$

(1x3)-Matrix

$(-1 \quad 3 \quad -7)$

(1x4)-Matrix

$(3 \quad 0 \quad 2 \quad -1)$

Spaltenvektor

$n = \text{const.}$

Ist die Spaltenanzahl konstant bzw. eins, sprechen wir von einem Spaltenvektor.

Beispiele :

(2x1)-Matrix

$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

(4x1)-Matrix

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

(3x1)-Matrix

$\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$

AUFBAU EINER MATRIX

Matrixelement a_{ik}

Möchte man sich ein Element aus der Matrix herausgreifen, gibt man den Zeilen- und Spaltenindex des Elementes an.

Das Element selbst wird mit einem „**Kleinbuchstaben**“ gekennzeichnet.

i = Zeilenindex des Elementes

k = Spaltenindex des Elementes

a_{ik} = Matrixelement in der i -ten Zeile und k -ten Spalte

Beispiele

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 3 & -7 & 8 \\ 5 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$a_{11} = -1$$

$$a_{23} = 8$$

$$a_{31} = 5$$

$$a_{22} = -7$$

$$a_{33} = 4$$

$$a_{32} = 0$$

AUFBAU EINER MATRIX

Matrix einen Namen geben

Damit man nun Matrizen bei Rechenoperationen unterscheiden kann, gibt man ihnen Namen.

Das macht man mit einem **Großbuchstaben**.

Beispiele

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 3 & -7 & 8 \\ 5 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 7 \\ -9 & -2 & -3 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 1 & -1 & 1 \\ 8 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

AUFBAU EINER MATRIX

Vektoren einen Namen geben

Damit man nun auch mit den Zeilen- und Spaltenvektoren rechnen kann, bekommen diese auch einen Namen.

Das macht man mit einem **Kleinbuchstaben**.

Beispiele

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{c} = \begin{pmatrix} 12 \\ 12 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} vx \\ vy \\ vz \end{pmatrix}$$

AUFBAU EINER MATRIX

Elemente einer Matrix angeben

Häufig rechnet man mit unterschiedlichen Matrizen. Damit man weiß, welches Element welcher Matrix gemeint ist, werden diese mit dem entsprechenden Kleinbuchstaben des Matrixnamens angegeben.

Beispiele

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 3 & -7 & 8 \\ 5 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$a_{11} = -1$$

$$a_{22} = -7$$

$$a_{31} = 5$$

$$a_{32} = 0$$

$$a_{33} = 4$$

$$a_{13} = 2$$

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 7 \\ -9 & -2 & -3 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$b_{11} = 3$$

$$b_{22} = -2$$

$$b_{31} = 2$$

$$b_{32} = 4$$

$$b_{33} = 0$$

$$b_{13} = 7$$

AUFBAU EINER MATRIX

ÜBUNGEN

Zum Schluss kontrolliere doch Dein Wissen über Matrizen mit folgenden Übungen.

Aufgaben

1.) Ermittle folgende Elemente :

$a_{11} = \dots$

$a_{32} = \dots$

$b_{31} = \dots$

$a_{33} = \dots$

$b_{22} = \dots$

$b_{33} = \dots$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 3 & -7 & 8 \\ 5 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 7 \\ -9 & -2 & -3 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

2.) Von welcher Art sind folgende Matrizen ?
(Zeilen- oder Spaltenvektor ? (m x n) ?)

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -1 & 3 & -7 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$